de frontière (BC).

Dans ce cas $\widehat{\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{CN}\right)} \equiv \pi + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} + \pi[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc $R_M$ est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$

**Deuxième cas** : $M \in [BA)\backslash\{B\} \Rightarrow N \in [CA)\backslash\{C\}$

Dans ce cas $\widehat{\left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{CN}\right)} \equiv 0 + \widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} + 0[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

Donc $R_M$ est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$.

**Comme** $R_M$ est une rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et transforme B en C **alors** $R_M$ est indépendante de M en effet désignons par $\Omega$ le centre de $R_M$

$$R_M(B) = C \Leftrightarrow \begin{cases} \Omega B = \Omega C \\ \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega C}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Omega \in \text{méd}[BC] \\ \Omega \in \text{ au demi cercle de diamètre [BC] et tel que} \\ \qquad \Omega BC \text{ est un triangle rectangle direct.} \end{cases}$$

**Conclusion :** il existe une unique rotation R telle que pour tout point M de (AB) on a : $R(M) = N$ et $R(B) = C$.

**2/a-** • $f(B) = (S_{(O\Omega)} \circ R)(B) = S_{(O\Omega)}(C) = B$ car $(O\Omega) = \text{med}[BC]$.

• $f(\Omega) = (S_{(O\Omega)} \circ R)(\Omega) = S_{(O\Omega)}(\Omega) = \Omega$.

**b-** f est un antidéplacement car elle est la composée d'un déplacement et d'un antidéplacement .

De plus f fixe $\Omega$ et B alors f est la symétrie axiale d'axe $(\Omega B)$.

**3/a-** • $\widehat{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega N}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$ car $R(M) = N$

et comme I=M*N alors $\widehat{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega I}\right)} \equiv \frac{\pi}{4} \quad [2\pi]$.

• $\Omega M = \Omega N$ car $R(M) = N$

$\Rightarrow \Omega MI$ est un triangle isocèle en $\Omega$

et comme I=M*N alors $\Omega MI$ est un triangle rectangle en I

$\Rightarrow \frac{\Omega I}{\Omega M} = \cos \widehat{I\Omega M} \Leftrightarrow \Omega I = \cos\frac{\pi}{4}\Omega M \Leftrightarrow \Omega I = \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega M.$